

Revisitando Momentos de Zernike para Reconhecimento de Padrões em Nuvens de Pontos

Artur Rodrigues Rocha Neto, José Marques Soares, George André Pereira Thé

Departamento de Engenharia de Teleinformática

Universidade Federal do Ceará

Fortaleza, Ceará, Brasil

artur.rodrigues26@gmail.com, marques@ufc.br, george.the@ufc.br

Resumo—O uso de momentos como extratores de atributos é bastante explorado em tarefas de reconhecimento de padrões nos domínios bidimensional e tridimensional. Os Momentos de Zernike são atributos complexos com diversas vantagens bastante exploradas em ambos os domínios, como invariância às transformações de translação e rotação. Neste trabalho, investigamos as diferentes partes dos Momentos de Zernike 2D como atributos para o reconhecimento de padrões em 3D, especificamente em nuvens de pontos. Também propomos compor as partes real e imaginária em um único preditor. O método foi avaliado junto a classificadores de diversas naturezas em dois cenários comuns de reconhecimento de padrões 3D: a classificação de objetos e reconhecimento facial. O nosso preditor resultou em taxas de acerto superiores ao preditor de referência 3D nos dois cenários escolhidos, o que sugere que momentos 2D podem ser utilizados para descrever dados tridimensionais.

Palavras-chave—nuvens de pontos; momentos de zernike; classificação de objetos; reconhecimento facial

I. INTRODUÇÃO

Imagens tridimensionais (3D) podem ser representadas como mapas de profundidade, malhas triangulares ou nuvens de pontos. A maior robustez a cenários de baixa iluminação e a possibilidade de armazenamento de informações geométricas são algumas das vantagens do uso de imagens 3D sobre as imagens bidimensionais (2D) para certas tarefas de aprendizado de máquina.

As nuvens de pontos, objeto de estudo deste trabalho, gozam de vantagens em relação a outras estruturas de representação 3D, principalmente por conta da sua simplicidade. Por ser uma estrutura de dados não-ordenada, ela não precisa armazenar informações de conexão entre vértices, não havendo, portanto, a necessidade de manter uma consistência topológica [1]. Sensores de baixo-custo, como os de infravermelho ou de tempo-de-vôo, tem se popularizado em ritmo acelerado, facilitando a aquisição e análise de nuvens de pontos.

Para o aprendizado de máquinas, a extração de características é etapa importante que visa reduzir a dimensionalidade do problema de forma que se possam aplicar modelos preditivos. Assim, é preciso definir que tipo de características (ou atributos) dos objetos representados pelas nuvens de pontos serão utilizados nas tarefas de predição/classificação.

Momentos, conceito amplamente usado em estatística (para análise de função densidade de probabilidade) e na mecânica clássica (para estudo de corpos rígidos), são valores escalares capazes de extrair características relevantes de uma função [2].

O uso de momentos como extratores de características vem sendo amplamente abordado no reconhecimento de padrões em imagens 2D desde sua primeira aplicação introduzida por [3]. Podemos definir duas categorias de momentos: os Momentos Geométricos, caracterizados a partir de primitivas geométricas [4], e os Momentos Ortogonais, definidos a partir de polinômios ortogonais a uma base que goza da propriedade da ortogonalidade [2].

Um conjunto de momentos baseados nos polinômios de Zernike, denominados Momentos de Zernike (Z2D) e introduzidos por [5], são momentos ortogonais complexos cuja base é o disco de raio unitário. O reconhecimento de impressões digitais [6] e a classificação robusta de formas [7] são aplicações recentes de Z2D. Eles apresentam baixa sensibilidade à adição de ruídos, além de serem invariantes às transformações de translação e escala. Z2D podem ser invariantes à transformação de rotação, mas com uma redução da capacidade discriminante [2].

Os Momentos de Zernike para reconhecimento de imagens 3D (Z3D) foram investigados inicialmente por [8], a partir de uma generalização dos polinômios de Zernike. Z3D foram também investigados em diversas aplicações, como reconhecimento de expressões faciais [9], reconhecimento facial em imagens de profundidade [10] e análise topográfica [11].

Uma das dificuldades do uso dos Z3D é o alto custo computacional devido à necessidade do cálculo de várias relações recursivas. Em [12] e [13] foram propostos algoritmos para o cálculo rápido desses descritores, mas esses trabalhos adicionam etapas invasivas de pré-processamento das imagens antes do cálculo dos descritores. Além disso, a maioria dos aplicações dos Z3D usam apenas a magnitude do número complexo, pois apenas esta apresenta simultaneamente invariância a translação, escala e rotação.

Neste trabalho é proposto o uso conjunto das diferentes partes reais dos Z2D que foram adaptados para o reconhecimento de padrões usando nuvens de pontos. Comparamos a nossa proposta com uma implementação de descritor Z3D em termos de poder descritivo e custo computacional. Com o intuito de promover uma investigação mais abrangente, o método proposto foi avaliado em dois cenários comuns de reconhecimento de padrões 3D: a classificação de objetos e o reconhecimento facial.

As próximas seções estão organizadas da seguinte maneira.

Na Seção II, apresentamos a nossa proposta de descritor baseado nos Z2D. Em seguida, na Seção III, explicamos a metodologia aplicada para a avaliação da proposta. A Seção IV traz os resultados de classificação e avaliação dos preditores propostos. Finalmente, a Seção V conclui este trabalho com uma breve discussão e propostas de trabalhos futuros.

II. PROPOSTA DE MOMENTOS DE ZERNIKE

Técnicas de extração de atributos são, intuitivamente, dependentes da estrutura de dados analisada. Em superfícies apresentadas como nuvem de pontos, isto significa poder analisá-los em qualquer ordem e dispensar, a princípio, a necessidade do extrator de características levar em consideração relações de vizinhança.

Nossa hipótese é que as nuvens de pontos trazem simplicidade e robustez de modo que a extração de atributos a partir de Z2D é equivalente ou mesmo superior àquela realizada através de Z3D, tanto em poder descritivo quanto em custo computacional.

Definimos uma nuvem de pontos C como:

$$C = \{(x_i, y_i, z_i) \mid 0 \leq i \leq N - 1\} \quad (1)$$

em que N é o número de pontos. Um elemento fundamental de uma nuvem de pontos é o seu centro de massa, de coordenadas $\bar{c} = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$.

Os Momentos são definidos em uma esfera de raio unitário centrada em \bar{c} . É intuitivo mapear os pontos (x_i, y_i, z_i) da nuvem em termos de coordenadas polares (r_i, θ_i) , em que r_i corresponde à distância do ponto i ao centro de massa (distância radial) e θ_i ao ângulo de azimute, que podem ser expressos como:

$$r_i = \sqrt{(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2 + (z_i - \bar{z})^2} \quad (2)$$

$$\theta_i = \arctan \frac{y_i}{x_i}. \quad (3)$$

Os Z2D possuem como base os polinômios complexos de Zernike V_{nm} expressos na forma:

$$V_{nm}(\rho, \theta) = R_{nm}(\rho)e^{jm\theta} \quad (4)$$

em que n e m são ordem e repetição, respectivamente, e satisfazem as condições $n - |m|$ sempre par e $|m| \leq n$, e ρ é a distância radial normalizada, dada por:

$$\rho_i = \frac{r_i}{r_{max}} \quad (5)$$

$R_{nm}(\rho)$ são os polinômios radiais de Zernike expressos na forma:

$$R_{nm}(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-|m|)/2} (-1)^s \frac{(n-s)!}{s!(\frac{n+|m|}{2}-s)!(\frac{n-|m|}{2}-s)!} \rho^{n-2s} \quad (6)$$

Finalmente, a forma geral dos Z2D Z_{nm} pode ser expressa como:

$$Z_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i, y_i, z_i) V_{nm}^*(\rho_i, \theta_i) \quad (7)$$

em que $f(x, y, z)$ é a função de nuvem característica da forma. Quando se sabe a natureza da forma *a priori*, é possível parametrizar os valores das coordenadas adequadamente. Assim, foi escolhido o valor constante $f(x, y, z) = 1$. O símbolo * representa o complexo conjugado.

Nossa proposta de preditores parte da expansão da exponencial complexa em (7), visto que, na literatura, apenas a informação da magnitude é utilizada. Se preservarmos, separadamente, as partes real e imaginária e calcularmos a magnitude (igual a 1 pela identidade trigonométrica), chegamos às fórmulas dos Momentos Imaginários de Zernike (Z_{nm}^{imag}), os Momentos Reais de Zernike (Z_{nm}^{real}) e Momentos de Magnitude de Zernike (Z_{nm}^{magn}), que são representados, respectivamente, nas formas:

$$Z_{nm}^{imag} = \frac{n+1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} R_{nm}(\rho_i) \sin(m\theta_i) \quad (8)$$

$$Z_{nm}^{real} = \frac{n+1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} R_{nm}(\rho_i) \cos(m\theta_i) \quad (9)$$

$$Z_{nm}^{magn} = \frac{n+1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} R_{nm}(\rho_i). \quad (10)$$

Tendo as componentes real e imaginária separadamente, é intuitivo especular que sua soma também sirva como característica descritiva da superfície. Isto leva à proposição de um quarto preditor, o qual consiste na soma das equações (8) e (9), gerando o que chamamos de Momento Completo Real de Zernike (Z_{nm}^{full}):

$$Z_{nm}^{full} = \frac{n+1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} R_{nm}(\rho_i) (\cos(m\theta_i) + \sin(m\theta_i)) \quad (11)$$

Em termos de algoritmo, o cálculo de todas as formas apresentadas pode ser feito em uma única iteração sobre os pontos da nuvem. O polinômio radial $R_{nm}(\rho)$ é o elemento de processamento mais custoso, mas como ele é dependente apenas da distância radial ρ , e não das fases, podemos efetuar seu cálculo uma vez por ponto e então usá-lo no cálculo das partes.

III. METODOLOGIA

Implementamos o descritor Z3D explorado em [14], que chamaremos de REF_{nml} , como referência de comparação com a nossa proposta. Esse preditor é baseado em harmônicos esféricos na forma geral:

$$REF_{nml}(\rho, \theta, \phi) = R_{nm}(\rho) N_{ml} P_{ml} \cos(\theta) e^{im\phi} \quad (12)$$

em que N_{ml} é um fator de normalização, P_{ml} são as Funções de Legendre associadas e ϕ é o ângulo de zenital

([14] para mais detalhes). Além dos parâmetros de ordem e repetição n e m , aqui tem-se um terceiro valor de configuração l , denominado giro. Na Seção III-B explicaremos os valores escolhidos para esses parâmetros, bem como o tamanho final dos vetores de característica.

A proposta de momentos foi avaliada segundo um *pipeline* de classificação convencional, sintetizado na Fig. 1. Os dois cenários de experimentação escolhidos consistem de tarefas de classificação multiclasse; um com grande variabilidade intra-classe (classificação de objetos) e outro com alto grau de similaridade inter-classe (reconhecimento facial). A análise dos resultados é feita em termos de poder de discriminância (acurácia) e complexidade na extração (estatísticas de tempo).

A. Bases de Dados

A avaliação da proposta de preditores é realizada em dois cenários comumente abordados em tarefas de reconhecimento de padrões 3D: a classificação de objetos e o reconhecimento facial. A Fig. 2 traz exemplos de nuvens oferecidas pelas bases de dado escolhidas.

1) *ShapeNetCoreV2*: É um conjunto denso com mais de 51.300 modelos 3D que cobre 55 classes de objetos comuns, como carros, móveis e eletrônicos [15]. A escolha dessa base teve como objetivo avaliar a capacidade do nosso preditor de distinguir um cenário com muitas classes e com grande variância de formas entre cada uma. Por exemplo: para a classe avião, temos desde modelos bimotores até caças de combate. Criada para uma competição de reconhecimento de objetos [16], esta base padroniza os subconjuntos de treinamento, teste e validação.

2) *Bosphorus*: Base de dados bastante popular para *benchmark* de reconhecimento de indivíduos pela face, reconhecimento de expressões faciais e detecção de oclusões [17]. Contém 4666 amostras de 105 indivíduos com variação de expressões faciais, poses de cabeça e tipos de oclusão (e.g. uso de óculos, mão sobre um dos olhos, cachecol cobrindo a boca). Essa base foi gerada usando o sensor Inspeck Mega Capturor II. Cada indivíduo possui de 1 a 5 amostras neutras (sem expressão alguma), além de pelo menos uma expressão facial e uma amostra de oclusão e/ou mudança de pose (rotação da cabeça ao longo do eixo do pescoço). Neste cenário, o conjunto de treinamento foi composto de apenas uma única amostra por indivíduo (denominada amostra 0), e o de teste pelas demais amostras, se existirem. Apenas amostras neutras (299 nuvens) foram usadas, simulando um ambiente de reconhecimento biométrico comum. Assim, o cenário de reconhecimento facial possui 105 amostras de treinamento e 194 amostras de teste. Neste cenário, uma etapa de pré-processamento para a definição de sub-regiões de interesse da nuvem foi realizada. Como [18], que adota momentos de Hu adaptados como descritores em nuvens de pontos para o reconhecimento de faces, é feita a remoção de *outliers*, a redução de densidade usando *VoxelGrid* e realizado o corte de 80mm da região frontal a partir da ponta do nariz. Diferentemente do trabalho de [18], a etapa de correção da pose (orientação) da face não foi efetuada, visando demonstrar a robustez dos

Tabela I
HIPER-PARÂMETROS: CLASSIFICAÇÃO DE OBJETOS

Classificador	Valores
kNN	número de vizinhos: 8, métrica: euclidiana
SVM	C : 3.0, γ : 0.015, <i>kernel</i> : radial
RFC	número de estimadores: 500

preditores propostos neste trabalho à transformação de rotação. Também diferentemente do proposto por [18], não é realizada a segmentação da face em subnuvens para a extração de momentos, tendo-se no trabalho aqui proposto usado a nuvem inteira para a extração dos descritores.

B. Extração de Momentos

Como mencionado na Seção II, a escolha dos parâmetros n e m que satisfazem as condições de existência dos polinômios radiais $R_{nm}(\rho)$ ditam a quantidade de momentos gerados e, portanto, o tamanho do vetor de atributos X . No caso dos Z3D, temos também o parâmetro l .

A fim de proporcionar uma comparação justa, foram escolhidos valores que geram vetores de atributo de mesmo tamanho tanto para o descritor proposto, quanto para os Z3D, respectivamente: ($n \in [0, 15]$, $m \in [0, 13]$) e ($n \in [0, 7]$, $m \in [0, 7]$, $l \in [0, 7]$). Tais configurações resultam em vetores com 70 atributos.

C. Pré-processamento

Os vetores de características passaram por duas etapas de pré-processamento visando auxiliar no ajuste do classificador: normalização estatística (centralização na média e normalização pelo desvio padrão) e tratamento de viés usando a transformação de Yeo-Johnson [19].

D. Classificação

Os seguintes modelos de classificação foram escolhidos com intuito de avaliar a proposta: k-Vizinhos mais Próximos (kNN), Máquina de Vetor de Suporte (SVM) e *Random Forest Classifier* (RFC). Fizemos a escolha de classificadores com o propósito de avaliar os preditores em modelos de naturezas distintas, respectivamente: classificador baseado em distâncias, modelo baseado em superfícies de separação e classificador baseado em árvore de decisão.

Os classificadores escolhidos apresentam a possibilidade de sintonização a partir de hiper-parâmetros. Para os dois cenários de avaliação escolhidos, foi executada uma busca exaustiva com validação cruzada pela melhor configuração de valores de cada classificador. As Tabelas I e II trazem as combinações usadas para gerar os resultados da seção a seguir.

IV. RESULTADOS

Os descritores foram implementados em Linguagem C padrão C11 compilado com GCC 7.4.0. Os modelos de pré-processamento e de classificação foram fornecidos pela biblioteca Python de aprendizado de máquinas *scikit-learn* [20].

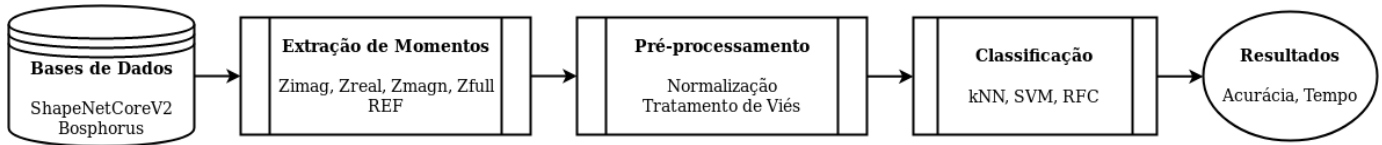


Figura 1. Diagrama do método de validação dos preditores propostos.

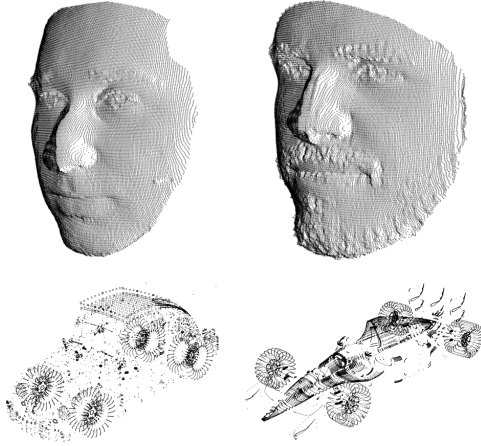


Figura 2. Exemplos de nuvens de pontos. Na linha de cima, dois indivíduos presentes no conjunto Bosphorus [17]. Abaixo, dois carros distintos da base ShapeNetCoreV2 [15]. Editado pelos autores.

Tabela II
HIPER-PARÂMETROS: RECONHECIMENTO FACIAL

Classificador	Valores
kNN	número de vizinhos: 1, métrica: manhattan
SVM	C : 8.0, γ : 0.125, <i>kernel</i> : radial
RFC	número de estimadores: 500

A máquina de teste foi um PC GNU/Linux 5.0 com 4GB de RAM e processador Intel®Core i5-3320M.

A Tabela III é apresentado o comparativo das taxas de classificação de objetos na base adotada. A primeira coluna de valores é o desempenho do descritor de referência 3D, já as demais apresentam as 3 partes reais dos Momentos de Zernike 2D e, por último, a nossa contribuição chamada Momento Completo Real de Zernike. Podemos inferir que a nossa proposta de preditor supera os demais, inclusive o de referência, em todos os classificadores escolhidos, sobretudo no classificador RFC.

Analogamente, a Tabela IV compara o preditor de referências e os demais adotados na tarefa de reconhecimento facial. Aqui, a performance do nosso preditor superou sobremaneira os Momentos 3D de referência. O classificador kNN apresentou a maior taxa de reconhecimento.

Por fim, temos os resultados de tempo de extração na Tabela V. A fim de fazer uma comparação justa, nós repetimos a extração de momentos 100 vezes na base Bosphorus, coletamos o tempo (em segundos) necessário para a extração completa e mostramos estatísticas de média, mediana, valores

Tabela III
CLASSIFICAÇÃO DE OBJETOS: SHAPENETCOREV2 [15]

Classif.	REF_{nml}	Z_{nm}^{imag}	Z_{nm}^{real}	Z_{nm}^{magn}	Z_{nm}^{full}
kNN	47.24	46.56	46.53	30.86	57.01
SVM	42.00	32.97	38.53	30.51	47.76
RFC	55.81	54.65	54.56	36.05	64.59

Tabela IV
RECONHECIMENTO FACIAL: BOSPHORUS [17]

Classif.	REF_{nml}	Z_{nm}^{imag}	Z_{nm}^{real}	Z_{nm}^{magn}	Z_{nm}^{full}
kNN	41.75	60.82	61.34	51.55	85.57
SVM	41.75	60.82	61.34	51.55	85.57
RFC	41.24	44.33	44.85	44.85	78.87

Tabela V
ESTATÍSTICAS DE TEMPO DE EXTRAÇÃO (EM SEGUNDOS/NUVEM)

Descritor	Média	Mediana	Máx.	Min.	Desvio
REF_{nml}	0.28	0.28	0.38	0.25	0.0136
Z_{nm}^{imag}	0.23	0.22	0.29	0.20	0.0110
Z_{nm}^{real}	0.23	0.23	0.30	0.20	0.0111
Z_{nm}^{magn}	0.19	0.19	0.29	0.17	0.0092
Z_{nm}^{full}	0.25	0.25	0.30	0.22	0.0122

máximo e mínimo e desvio padrão. Vemos que as propostas de preditores possuem tempos de extração médios na mesma ordem de grandeza que o preditor de referência.

V. CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta uma investigação do uso de descritores baseado nos Momentos de Zernike do domínio 2D para uso em nuvens de pontos. As propostas de momento foram comparadas com uma implementação 3D em um mesmo *pipeline* de classificação em dois cenários: a classificação de objetos e o reconhecimento facial. Os resultados mostram um desempenho compatível ou superior do descritor proposto em relação ao trabalho de referência, tanto em termos de reconhecimento quanto em custo computacional. Nossos resultados se mostram promissores para investigações mais profundas nos cenários testados escolhidos. Pretende-se ainda realizar a mesma investigação com uso das diferentes partes reais considerando outros descritores complexos puramente 3D, explorando também a generalização do métodos em mais bases de dados, além de investigar um método conjunto dos nossos preditores com um modelo de aprendizagem profunda.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- [1] L. Kobbelt and M. Botsch, "A survey of point-based techniques in computer graphics," *Computers & Graphics*, vol. 28, no. 6, pp. 801–814, 2004.
- [2] J. Flusser, B. Zitova, and T. Suk, *Moments and moment invariants in pattern recognition*. John Wiley & Sons, 2009.
- [3] Ming-Kuei Hu, "Visual pattern recognition by moment invariants," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 8, no. 2, pp. 179–187, feb 1962. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1057692/>
- [4] D. Xu and H. Li, "Geometric moment invariants," *Pattern recognition*, vol. 41, no. 1, pp. 240–249, 2008.
- [5] M. R. Teague, "Image analysis via the general theory of moments," *J. Optical Soc. Am.*, vol. 70, no. 8, pp. 920–930, 1980.
- [6] H. Kaur and H. S. Pannu, "Zernike moments-based fingerprint recognition using weighted-support vector machine," *Modern Physics Letters B*, vol. 33, no. 21, p. 1950245, 2019.
- [7] S. Abbas, S. Farhan, M. A. Fahiem, and H. Tauseef, "Efficient shape classification using zernike moments and geometrical features on mpeg-7 dataset," *Advances in Electrical and Computer Engineering*, vol. 19, no. 1, pp. 45–51, 2019.
- [8] N. Canterakis, "3d zernike moments and zernike affine invariants for 3d image analysis and recognition," in *In 11th Scandinavian Conf. on Image Analysis*, 1999, pp. 85–93.
- [9] N. Vretos, N. Nikolaidis, and I. Pitas, "3D facial expression recognition using Zernike moments on depth images," in *2011 18th IEEE International Conference on Image Processing*. IEEE, sep 2011, pp. 773–776. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6116669/>
- [10] S. Farokhi, U. U. Sheikh, J. Flusser, and B. Yang, "Near infrared face recognition using Zernike moments and Hermite kernels," *Information Sciences*, vol. 316, pp. 234–245, sep 2015. [Online]. Available: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020025515002984>
- [11] K. Wang, T. Zhu, Y. Gao, and J. Wang, "Efficient Terrain Matching With 3-D Zernike Moments," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 55, no. 1, pp. 226–235, feb 2019. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8395033/>
- [12] J. M. Pozo, M.-C. Villa-Uriol, and A. F. Frangi, "Efficient 3d geometric and zernike moments computation from unstructured surface meshes," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 33, no. 3, pp. 471–484, 2010.
- [13] K. M. Hosny and M. A. Hafez, "An algorithm for fast computation of 3d zernike moments for volumetric images," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2012, 2012.
- [14] M. Novotni and R. Klein, "Shape retrieval using 3d zernike descriptors," *Computer-Aided Design*, vol. 36, no. 11, pp. 1047–1062, 2004.
- [15] A. X. Chang, T. Funkhouser, L. Guibas, P. Hanrahan, Q. Huang, Z. Li, S. Savarese, M. Savva, S. Song, H. Su, J. Xiao, L. Yi, and F. Yu, "ShapeNet: An Information-Rich 3D Model Repository," Stanford University — Princeton University — Toyota Technological Institute at Chicago, Tech. Rep. arXiv:1512.03012 [cs.GR], 2015.
- [16] M. Savva, F. Yu, H. Su, M. Aono, B. Chen, D. Cohen-Or, W. Deng, H. Su, S. Bai, X. Bai *et al.*, "Shrec16 track: largescale 3d shape retrieval from shapenet core55," in *Proceedings of the eurographics workshop on 3D object retrieval*, 2016, pp. 89–98.
- [17] A. Savran, N. Alyüz, H. Dibeklioğlu, O. Çeliktutan, B. Gökberk, B. Sankur, and L. Akarun, "Bosphorus database for 3D face analysis," in *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 2008, vol. 5372 LNCS, pp. 47–56. [Online]. Available: http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-89991-4_{_}6
- [18] R. S. Siqueira, G. R. Alexandre, J. M. Soares, and G. A. P. The, "Triaxial Slicing for 3-D Face Recognition From Adapted Rotational Invariants Spatial Moments and Minimal Keypoints Dependence," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 3, no. 4, pp. 3513–3520, oct 2018. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8408720/>
- [19] I.-K. Yeo, "A new family of power transformations to improve normality or symmetry," *Biometrika*, vol. 87, no. 4, pp. 954–959, dec 2004. [Online]. Available: <https://academic.oup.com/biomet/article-lookup/doi/10.1093/biomet/87.4.954>
- [20] F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, V. Michel, B. Thirion, O. Grisel, M. Blondel, P. Prettenhofer, R. Weiss, V. Dubourg, and Others, "Scikit-learn: Machine learning in Python," *Journal of machine learning research*, vol. 12, no. Oct, pp. 2825–2830, 2011.